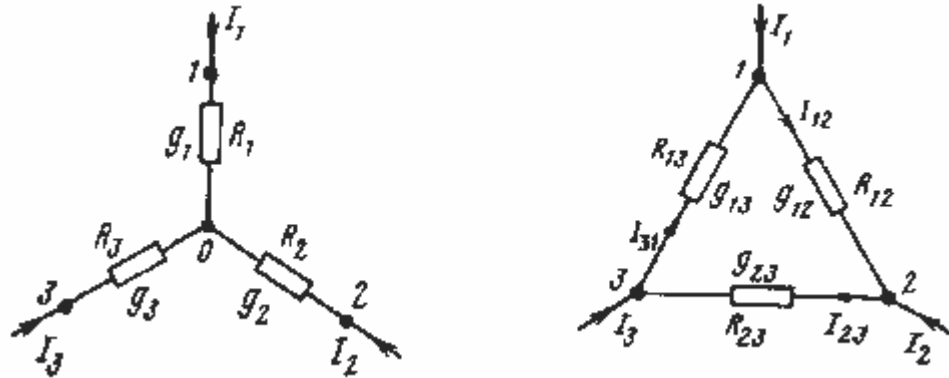


Урок №14 (11.12.2018)
Читерские методы и сложные задачи.

1. Преобразование «треугольник – звезда».



Две схемы, изображённые выше, являются эквивалентными, если при любых токах, проходящих через точки 1, 2 и 3, потенциалы этих точек равны на левой и правой схеме.

Для левой схемы «звезда»:

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0,$$

$$I_i = (\varphi_i - \varphi_0) g_i, i = 1, 2, 3, \text{ где } g_i = R_i^{-1} - \text{проводимость соответствующего участка.}$$

Отсюда получаем
$$\varphi_0 = \frac{\varphi_1 g_1 + \varphi_2 g_2 + \varphi_3 g_3}{g_1 + g_2 + g_3}.$$

Тогда для тока $I_i = \frac{\varphi_i \sum g_j - \sum \varphi_j g_j}{g_1 + g_2 + g_3} \cdot g_i$, где j пробегает все индексы 1,2,3 за исключением i .

Так, например

$$I_1 = \frac{\varphi_1 (g_2 + g_3) - \varphi_2 g_2 - \varphi_3 g_3}{g_1 + g_2 + g_3} \cdot g_1 = \varphi_1 \frac{(g_2 + g_3) \cdot g_1}{g_1 + g_2 + g_3} - \varphi_2 \frac{g_1 g_2}{g_1 + g_2 + g_3} - \varphi_3 \frac{g_1 g_3}{g_1 + g_2 + g_3}$$

Для схемы «треугольник»:

$$I_1 = I_{12} - I_{31} = (\varphi_1 - \varphi_2) g_{12} - (\varphi_3 - \varphi_1) g_{13} = \varphi_1 (g_{12} + g_{13}) - \varphi_2 g_{12} - \varphi_3 g_{13}.$$

Ток I_1 одинаков для левой и правой схемы при любых значениях потенциалов φ_i , то коэффициенты при одинаковых φ_i должны быть всегда равны. Откуда получаем:

$$g_{12} = \frac{g_1 g_2}{g_1 + g_2 + g_3}; \quad g_{13} = \frac{g_1 g_3}{g_1 + g_2 + g_3}; \quad g_{23} = \frac{g_2 g_3}{g_1 + g_2 + g_3}.$$

Отсюда можно вывести зависимость для сопротивлений (учитывая, что $R_i = \frac{1}{g_i}$):

$$R_1 = \frac{R_{12} \cdot R_{13}}{R_{12} + R_{13} + R_{23}}, \text{ для других – симметрично.}$$

2. Принцип суперпозиции токов.

В сложных схемах иногда помогает *принцип суперпозиции токов*: можно независимо рассматривать токи, возникающие в различных явлениях, после чего складывать их в одном и том же проводнике, чтобы получить общий ток, текущий по этому проводнику. Классическая задача:

Дана бесконечная плоская проводящая сеть с квадратными ячейками. Сопротивление каждого сегмента, соединяющего два ближайших узла сети, равно r . Определить сопротивление между двумя ближайшими узлами сети.

Решение.

Подведём сначала к точке A провод от положительного полюса источника постоянного напряжения. Пусть через него от источника к решётке идёт ток I . Тогда от A к B идёт ток $I/4$.

Теперь отключим первый провод и подведём к точке B провод от отрицательного полюса того же источника. В силу симметрии, от решётки к источнику идёт ток I , соответственно к B от A также идёт ток $I/4$.

Если мы подключим оба провода, между A и B будет идти *полный* ток $I/2$. Тогда напряжение между точками A и B будет равно $u = rI/2$.

Так как полный ток, идущий от источника равен I , эквивалентное сопротивление схемы будет $R_x = u/I = r/2$.

